

A cura di
Nando Filograsso,
Roberto Trayaglini

La mente

Itinerari di ricerca

FrancoAngeli

Copyright © 2009 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy

Ristampa						Anno							
0	1	2	3	4	5	6	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sui diritti d'autore.

Sono vietate e sanzionate (se non espressamente autorizzate) la riproduzione in ogni modo e forma (comprese le fotocopie, la scansione, la memorizzazione elettronica) e la comunicazione (ivi inclusi a titolo esemplificativo ma non esaustivo: la distribuzione, l'adattamento, la traduzione e la rielaborazione, anche a mezzo di canali digitali interattivi e con qualsiasi modalità attualmente nota od in futuro sviluppata).

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633. Le fotocopie effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale, possono essere effettuate a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO (www.aidro.org, e-mail segreteria@aidro.org).

Stampa: Tipomozza, via Merano 18, Milano.

Indice

Introduzione , di <i>Nando Filograsso</i>	pag. 9
La neuropsicologia dell'inconscio , di <i>Carlo Umiltà</i>	» 21
Teoria delle intelligenze multiple. Prospettive dalla neuroscienza, dalla scienza cognitiva e dagli studi culturali , di <i>Howard Gardner</i>	» 31
Il principio OGOD (One Gene, One Disease) e la genetica del comportamento , di <i>Giuseppe Novelli</i>	» 39
Mente e natura , di <i>Domenico Parisi</i>	» 45
Compressione e insight , di <i>Mark Turner</i>	» 59
Il buon problema: "E poi cosa succede?". I reali problemi della coscienza , di <i>Daniel C. Dennett</i>	» 73
Il doppio scopo della creatività , di <i>Gilles Fauconnier</i>	» 85
Il doppio compito dell'interferenza e l'architettura cognitiva , di <i>Harold E. Pashler</i>	» 99
Naturoidi: il ruolo della mente nella riproduzione della realtà , di <i>Massimo Negrotti</i>	» 115
Mente, corpo, persona "nel mondo" , di <i>Sergio Moravia</i>	» 123

Il rapporto mente-cervello , di <i>Edoardo Boncinelli</i>	pag. 135
Il principio dell'imprevedibilità della mente è un prerequisito della vita e della creatività , di <i>Friedrich Cramer</i>	» 147
La plasticità nervosa e il cervello globalizzato , di <i>Lamberto Maffei</i>	» 161
Storie antiche e recenti sulla memoria e sull'oblio , di <i>Paolo Rossi</i>	» 181
Mente come memoria , di <i>Tomás Maldonado</i>	» 195
Motricità e mente , di <i>Alberto Oliverio</i>	» 203
L'origine dell'intelligenza matematica , di <i>Brian Butterworth</i>	» 213
Generazioni delle menti umane, embriologia, azione, comunicazione ed esperienza , di <i>Colwyn Trevarthen</i>	» 223
La mente matematica , di <i>Raphael Núñez</i>	» 241
La mente-cervello del bambino, epigenesi e costruzione , di <i>Nando Filograsso</i>	» 257
L'evoluzione della mente nei primati , di <i>Pier Francesco Ferrari, Paola Palanza e Stefano Parmigiani</i>	» 279
Appendice	
Educare la mente creativa: dalla prospettiva culturale alla dimensione psicobiologica , di <i>Roberto Travaglino</i>	» 295

Io penso che forse la scoperta scientifica più interessante (benché ancora incompleta) del Novecento sia la scoperta della natura della mente.

Gregory Bateson

- Trevarthen C., Hubley P. (1978), "Secondary Intersubjectivity. Confidence, Confiding and Acts of Meaning in the First Year", in A. Lock (a cura di), *Action, Gesture and Symbol: The Emergence of Language*, Academic Press, London, New York, San Francisco, pp. 183-229.
- Trevarthen C., Logotheti K. (1987), "First Symbols and the Nature of Human Knowledge", in J. Montangero, A. Tryphon, S. Dionnet (a cura di), *Symbolisme et connaissance (Symbolism and Knowledge)*, Cahier n. 8, Jean Piaget Archives Fondation, Genève, pp. 65-92.
- Trevarthen C., Malloch S. (2002), "Musicality and Music Before Three. Human Vitality and Invention Shared with Pride", *Zero to Three*, 23(1), pp. 10-18.
- Trevarthen C., Mazokopaki K., Powers N. (2006), "Investigating the Rhythms and Vocal Expressions of Infant Musicality, in Crete, Japan and Scotland", in *Proceedings of the ICMPC9, 9th International Conference on Music Perception and Cognition*, Alma Mater Studiorum, University of Bologna, August 22-26.
- Trevarthen C. (2004), "How Infants Learn How to Mean", in M. Tokoro, L. Steels (a cura di), *A Learning Zone of One's Own*, SONY Future of Learning Series, IOS Press, Amsterdam, pp. 37-69.

La mente matematica

di Raphael Núñez

Tratterò del lavoro che ho svolto assieme al mio collega e amico George Lakoff, dell'Università della California a Berkeley, sulla teoria dell'*Embodied Mathematics*, ovvero di come la matematica è strettamente collegata a certi aspetti del nostro corpo e della sua configurazione. La presente relazione è strettamente correlata alle tre precedenti. Nella prima relazione (di A. Oliverio) si è parlato dell'"embodiment", ovvero del fatto che il funzionamento della nostra mente è strettamente collegato a certi aspetti del nostro corpo e della sua configurazione. La seconda relazione (di B. Butterworth) ha fatto riferimento alla matematica, e in particolar modo ad alcuni aspetti specifici del concetto astratto di "numerità" in relazione alle nostre capacità innate per i numeri naturali. Abbiamo infine appena letto (nella relazione di C. Trevarthen) la storia assai interessante di come la mente umana si realizza attraverso i processi di comunicazione: abbiamo appreso anche dell'esistenza di caratteristiche collegate ad aspetti del nostro corpo che sono molto ben documentati, come per esempio i nostri ritmi interni. Vorrei sottolineare il fatto che ho trovato molto interessante il modo in cui è stato dimostrato che questi aspetti *non possono* essere spiegati in termini di modularità. Credo che questo sia uno dei punti importanti da tenere presente.

Vorrei cambiare argomento per un attimo e parlare della matematica. Prima di tutto, bisogna specificare che, quando vogliamo discutere la natura e l'origine della matematica, ed esaminiamo la letteratura per scoprire da dove derivano tutti i suoi concetti, scopriamo che fino a oggi la maggior parte delle risposte a queste domande è stata offerta dai filosofi, o a volte dagli storici del pensiero, ma che verso la fine del XX secolo si è

* University of California, San Diego.

esaminato il problema anche dal punto di vista dei matematici stessi. Questa branca, che si chiama la "meta-matematica", ha cercato di spiegare le origini stesse della matematica in termini semplici e matematici, propri della materia stessa.

Dunque, tutte le volte che si cerca di fare queste operazioni ci si rende conto ben presto che molti dei dati disponibili rappresentano introspezioni di matematici. R. Dedekind, G. Cantor e D. Hilbert, che sono solo alcuni di questi, fanno affermazioni del tipo: "Guardate, credo che nella matematica il principio di base, o la cosa più importante, è questo o quell'aspetto". L. Kronecker, per esempio, potrebbe dire: "Iddio ci ha dato i numeri naturali, e noi, successivamente, li abbiamo utilizzati per creare tutte le strutture della matematica". Potrei citarne tanti altri. Sembra, dunque, che per avere un'idea di ciò che è la matematica sia sufficiente chiedere ai matematici di illustrarci come ragionano o quale pensano che sia la cosa più semplice della matematica stessa. Si può affermare che vi è l'idea che l'intuizione, le semplici intuizioni giocano un ruolo fondamentale. Per esempio, molte delle citazioni note si potrebbero definire, almeno secondo Dedekind, come realtà che stanno nel nostro cervello o l'oggetto dei nostri pensieri, e si tratta di realtà basilari, a volte di numeri semplici, a volte di insiemi, a volte di oggetti geometrici; comunque, questi studiosi si riferiscono a un qualche tipo di intuizione.

Il primo punto che vorrei sottolineare è che attualmente le intuizioni non sono più materia soltanto per i filosofi. Al contrario, le intuizioni possono essere studiate scientificamente ed empiricamente, e pertanto possono essere anche l'oggetto di approfondimento scientifico interdisciplinare, in particolare nelle scienze cognitive. Così, prima di tutto, se riusciremo a comprendere l'intuizione dal punto di vista scientifico, è possibile che torneremo ad argomenti di cui i matematici sono ignari. Si tratta di cose banali, di una semplicità unica, come alcune delle cose descritte nella relazione di Trevarthen. Infatti, non ci rendiamo nemmeno conto delle tante piccole azioni che svolgiamo, come i nostri gesti e le nostre espressioni facciali, che fanno sì parte delle cose che facciamo con naturalezza, ma di cui siamo in realtà ignari. Di conseguenza, non possiamo nemmeno discutere di queste realtà. Tuttavia, se affrontiamo il problema da una simile prospettiva, credo che possiamo essere illuminati su ciò che sia veramente l'intuizione.

A questo punto, ritengo che sia opportuno commentare quelle che a mio avviso sono le due principali difficoltà che si presentano quando si tenta di individuare e capire la natura della matematica. Il primo problema non è forse molto pertinente, ma in un certo modo continua a esercitare una sua

influenza. Si tratta della convinzione che sarà lo studio stesso dei numeri a illuminarci. Parliamo della matematica proprio in virtù dei nostri studi sui numeri piccoli. Come ha affermato molto chiaramente Brian Butterworth alla fine della sua relazione, ci sono tanti altri aspetti da considerare, e non soltanto i semplici numeri. Infatti, quando usiamo l'espressione "numeri naturali", aggiungiamo al discorso una struttura altamente sofisticata. A pensarci, noi non discutiamo mai del significato di numeri come 1.300.024; allora, come acquisiscono il loro significato? La prima realtà da tenere presente è che dobbiamo andare oltre i numeri, ed esaminare altri aspetti della matematica. Ci sono in realtà tante aree della matematica come, per esempio, le teorie che descrivono le categorie e gli insiemi, in cui i numeri, se vogliamo, non entrano nel discorso. Gli unici numeri che troveremo in un libro su questo argomento sarebbero quelli che contrassegnano, in alto a destra o a sinistra, le pagine, tutto il resto costituisce l'apparato concettuale. Questo è un aspetto ricco e profondo della matematica, e mi spingerei oltre a dire che addirittura la maggior parte di ciò che costituisce la matematica non ha niente a che fare con i numeri.

La seconda difficoltà, che credo abbia radici molto più profonde, sta in quello che io e George Lakoff chiamiamo l'*immaginario popolare della matematica*. Che cosa intendiamo con questa espressione? L'immaginario popolare della matematica è un punto di vista, non proprio del mondo scientifico, ma che è condiviso dall'intera popolazione, secondo il quale la matematica riflette una realtà assoluta. Questa credenza poggia sul fatto che la matematica rappresenta per noi soprattutto il prototipo delle conoscenze obiettive. $2 + 2 = 4$ sia in Antartide che in Suriname farà sempre quattro, ovunque. Si ha l'idea che è una realtà universale e che si troverà anche al di fuori del nostro mondo, anche nell'universo che circonda il nostro sistema planetario. Si crede che, come ha detto Galileo in uno dei suoi scritti, "Il libro dell'universo è scritto nel linguaggio della matematica", come se la matematica fosse la struttura basilare dell'organizzazione delle cose. Di conseguenza, si crede che sia là fuori, che non appartenga a noi, ma che in un certo senso stiamo semplicemente scoprendo questo concetto e la sua enorme complessità.

Aggiungerei che quest'idea non è condivisa soltanto da matematici, filosofi e fisici, ma è una convinzione che si riscontra in tutti gli ambiti della cultura. Vedendo, per esempio, film come *Contact* o *Sfera*, ci si rende conto che anche Hollywood condivide questo concetto. In entrambi questi film c'è una specie di viaggio in un altro pianeta, ed emerge la necessità di comunicare con degli altri esseri viventi che ci abitano. I nostri eroi non sanno niente di come sono questi esseri – se sono grandi o piccoli, se assomiglia-

no a un *minestrone* o chissà a che cos'altro. Tuttavia, essi sono certi di una cosa: se esiste una forma di vita extraterrestre e se ci troviamo nella condizione di dover comunicare con essa, il linguaggio che bisognerà usare sarà senz'altro quello della matematica. E Hollywood, con questi film, illustra bene quest'idea. C'è sempre un matematico che viene portato nella missione, nel caso che ci fosse bisogno di parlare con questi tipi strani. Il messaggio è che qualsiasi cosa essi siano si può essere certi che sarà tramite la matematica che si riuscirà a comunicare.

La cosa più interessante è che quando andiamo al cinema e vediamo questi film, l'idea sembra avere senso; essa non è soltanto di Hollywood. Posso illustrare un altro caso che trovo molto affascinante. Forse si ricorderà che, nel 1972, ci fu una missione nello spazio battezzata "Pioneer 10". Uno degli obiettivi della missione era di scoprire la presenza di vita intelligente extraterrestre, là fuori nello spazio. Come inciso, aggiungerei che progetti simili sono ancora in atto, sebbene non in tutto il mondo, e che questi programmi sono finanziati con milioni di dollari. L'idea di base è che, per comunicare con gli extraterrestri, avremmo bisogno di un linguaggio.

Pioneer 10 era equipaggiata con una "targa" esplicativa proprio per questo tipo di comunicazione, e forse si ricorderà anche che a quel tempo l'iniziativa provocò l'interessamento pure dei *media*. La targa raffigurava l'umanità; l'intenzione era di fornire, a un eventuale essere che si fosse imbattuto nel modulo Pioneer 10 là fuori nell'universo, un'immagine di noi. Le motivazioni che spiegano questo gesto da parte della NASA sono affascinanti da tanti punti di vista, inclusi quelli della comunicazione umana, della filosofia riguardo a ciò che significa essere umani e che cosa sono la comunicazione e le strutture concettuali ecc. Per esempio, un uomo e una donna sono raffigurati in piedi davanti a una navetta spaziale rappresentata da una forma geometrica, e secondo quelli della NASA ciò doveva essere subito chiaro a qualsiasi essere dotato di una discreta intelligenza.

Una mano dell'uomo è alzata in un gesto di buona volontà, e dunque si immaginava che quel gesto dovesse logicamente significare buona volontà in tutto il sistema solare. Ovvero, ovunque si vada, chiunque si incontri, si fa questo gesto per indicare la buona volontà. Con questo gesto intendevano dire: "Ciao ragazzi, siamo noi della Terra - come va?". Si noti, poi, che è l'uomo che "parla" - la donna non sta facendo un bel niente, sta lì in piedi, impalata. Chi sa perché? Qui non si tratta di fantascienza: si sta osservando l'operato del mondo della scienza, roba empirica. Le rappresentazioni fisiche dell'uomo e della donna sono state fatte in base a un'analisi com-

puterizzata che ha individuato "l'uomo medio" della nostra civiltà. Chissà che cosa vuol dire, ma comunque sappiamo che sono state prese in considerazione realtà come l'altezza, la fisionomia dei tratti somatici e così via.

A questo punto la nostra storia diventa ancora più interessante. Secondo la NASA, era importante che gli altri capissero. Si pensava che fosse importante cercare di far conoscere la nostra altezza. Gli scienziati si immaginavano le difficoltà di questi esseri di fronte a una targa che non specificasse se noi siamo di grandezza molecolare o meno. Di conseguenza, essi decisero di includere sulla targa anche delle informazioni sulla nostra altezza. Così, se sei un essere intelligente, dovresti riuscire a capire quanto siamo grandi, perché le informazioni sono scritte qua, dove la nostra grandezza è data dal numero 8, l'equivalente in un sistema binario. Come mai "8"? Perché gli ideatori di questo sistema avevano bisogno di un termine universale in grado di dare informazioni anche sulle distanze; sembra che volessero dire: "Ci troviamo in un sistema solare, e questi sono i pianeti, il pianeta dal quale proveniamo noi è la Terra, e tutte le distanze dovrebbero essere date usando la stessa scala utilizzata per l'altezza degli esseri umani". Logicamente l'altezza e le distanze tra i pianeti sono enormemente diverse e si pose l'esigenza di individuare un'unità di misura comune. Questa unità è in relazione a un sistema altamente sofisticato, in grado di registrare qualsiasi tipo di informazione utilizzando dei codici binari. Secondo questo procedimento, ci viene assegnato il numero 8, scritto in codice binario. Chiunque, là fuori, avesse visto questa targa, avrebbe dovuto capire che la donna raffigurata è alta circa un metro e settanta centimetri; avrebbe dovuto capire anche tutte le altre informazioni fornite.

Potrei continuare a descrivere questo progetto della NASA, coordinato da scienziati moderni. Il punto che vorrei illustrare è comunque che, dietro questa targa, c'è l'idea che la matematica sia la massima espressione della conoscenza obiettiva e che non siamo noi gli ideatori di un sistema ma piuttosto la matematica, che è una cosa che esiste là fuori nell'universo. Come ho detto prima, io e Lakoff chiamiamo quest'idea l'immaginario popolare della matematica. Ho già accennato al fatto che ci sono certe caratteristiche che a nostro avviso rendono difficile lo studio scientifico dell'intuizione e la natura della matematica; una di queste è l'immaginario popolare in affermazioni come: "La matematica è una caratteristica obiettiva, è una verità, è universale, è certa. Si sa che la matematica è una cosa astratta, che non ha alcun rapporto con i nostri corpi, è una cosa reale ecc.". E, poi, si crede che i matematici siano gli scienziati per eccellenza, coloro che scoprono le verità assolute, e che la matematica si può capire nei termini della natura della razionalità e così via.

Dunque, se adottiamo questo punto di vista, diventiamo ciechi a certi aspetti interessanti di ciò che potrebbe essere la genesi o il processo intero di questi concetti straordinari. Questi non solo sono dei grandi ostacoli, ma determinano anche metodologie molto specifiche con cui esaminare tutto ciò che noi riteniamo sia senza fondamento. Infatti, non esiste uno straccio di prova che la matematica esista là fuori nell'universo. Così, siete liberi di accettare o non accettare questo dogma filosofico, sta a voi la decisione; ma se decidete di accettarlo, dovete essere consapevoli che diventerete automaticamente ciechi a certe procedure e a certi modi di tentare di capire la materia che vi interessa.

Nel nostro approccio, diciamo invece che abbiamo bisogno di quest'idea. Se non è vero dal punto di vista scientifico, in realtà non ci serve a niente. Perché dovremmo averne bisogno? Eliminiamo queste fantastiche e tentiamo invece di capire che cos'è questa realtà straordinaria, la matematica, dal punto di vista della comunicazione umana, la negoziazione del significato in essa, le sue basi corporee e così via.

Non ho altro da aggiungere sulle due difficoltà menzionate prima. Abbiamo eliminato i prodotti dell'immaginario popolare e, a questo punto, dobbiamo chiederci come si può andare oltre e affrontare gli argomenti che ho appena elencato. La prima cosa che va constatata è che la matematica ha delle basi sociali. Ci sono tante forme che hanno a che fare con la cultura, e pertanto si può concludere che non si tratta soltanto di fattori biologici. La matematica non è là fuori nell'universo: piuttosto, è una conoscenza che abbiamo costruito con le nostre culture. Ma il problema è che la matematica ha tantissimi dettagli, piccoli ma precisi, che molti dei *corpora* di conoscenze o pratiche socialmente costruite non hanno. Per esempio, la poesia, la letteratura, il ballo della salsa e le ricette per cucinare hanno tutti caratteristiche sociali, ma non hanno l'obiettività straordinaria della matematica. Tutti i processi inerenti alla matematica, infatti, conducono alla possibilità di calcolare o formalizzare. $2 + 2 = 4$, ci piaccia o meno, siamo costretti ad accettarlo. Ed è per questo che crediamo che concetti di questo tipo siano "là fuori".

A questo punto, bisogna chiederci perché crediamo che sia così. Da dove arriva o deriva la matematica? Da un lato, sarebbe fantastico avere a disposizione tutta la strumentazione che viene usata nelle neuroscienze e nella neuropsicologia, come quella che Butterworth ha descritto, e applicarla alla matematica come struttura concettuale e come insieme, e non semplicemente ai numeri, come ho detto all'inizio. Sfortunatamente al momento queste tecniche non sono state sviluppate fino al punto da renderle abbastanza precise per l'uso in ragionamenti molto astratti. Diciamo

che, con le metodologie attualmente disponibili, sarebbe molto difficile riuscire a capire la struttura concettuale di ciò che avviene nel nostro cervello quando pensiamo a strane realtà come delle forme con strane topologie o dei piani geometrici complessi.

Per fortuna, la scienza e più specificatamente le scienze cognitive sono interdisciplinari, e così diventa possibile cercare prove emergenti e convergenti da e attraverso più discipline. Nelle scienze cognitive, sfruttiamo concetti e idee che derivano dalla psicologia, la linguistica, l'antropologia, la filosofia, e da altre discipline ancora. Per esempio, è di grande interesse il *corpus* di conoscenze sviluppato nella linguistica cognitiva. Colleghi come Mark Turner, Gilles Fauconnier e Zoltán Kövecses parlano proprio delle varie forme di applicazioni concettuali che sarebbero in grado di spiegare molto di ciò che si sa oggi sui concetti. C'è ormai un'intera letteratura che possiamo studiare e che è nata nel campo dello sviluppo psicologico e dei gesti spontanei. Tutte queste realtà, infatti, possono essere studiate empiricamente, ottenendo informazioni e intuizioni molto interessanti.

Proporrei un esempio. L'ipotesi che ci fornisce la teoria dell'evoluzione è che il nostro genoma ha non meno di 50.000 anni: lo potremmo affermare con una certa sicurezza. Se studiamo il cervello come è stato determinato geneticamente nella nostra specie, scopriamo molte cose interessanti; tuttavia, se proviamo ad analizzare la matematica e la sua struttura concettuale, ci rendiamo conto che esse sono relativamente recenti. Addirittura, constatiamo che la maggior parte delle conoscenze matematiche hanno soltanto cinquanta o sessant'anni, forse, e comunque non più di cento.

Dunque, come si spiega il passaggio da queste strutture cerebrali ricchissime a una realtà che si è sviluppata, diciamo, in qualche centinaio d'anni? La nostra ipotesi è che, per avere una storia convincente in grado di spiegare questo fatto, bisogna tornare a valutare le abilità cognitive semplici che usiamo nelle nostre attività quotidiane in modi specifici, ed è probabile che la cultura giochi un ruolo estremamente importante, anzi il ruolo più importante in assoluto. Analizziamo la nostra attività quotidiana scandita dalla cognizione, i gesti spontanei e ciò che facciamo normalmente, e non soltanto le dimostrazioni di teoremi complessi, che nella realtà non facciamo quasi mai. Infatti, non so quanti abbiano cercato di dimostrare un teorema applicato alla topologia, ma immagino che quasi nessuno dei lettori l'abbia mai fatto. Quante volte parlate in un giorno? Quante volte camminate? Quante volte entrate e uscite? Queste sono azioni che compiamo sempre, che facciamo con maestria, con una precisione e un controllo incredibili, senza sforzi e per lo più senza rendercene conto.

Se esaminiamo questo discorso nei termini della comunicazione uma-

na, otteniamo conclusioni come quella che ora descriviamo. Questo esempio è preso da un giornale e in un certo senso rispecchia ciò che potremmo chiamare la nostra "naturale" comprensione delle lingue: spesso leggiamo i giornali senza nemmeno accorgerci di ciò che facciamo, nemmeno se leggiamo pagine su pagine. La cosa interessante in questo caso è che quando leggiamo ci facciamo un'idea di qualcosa che avverrà nel futuro o di come sarà il futuro. Il numero di giornale in questione è del 12 marzo 1999. In esso, si coglie l'idea che il mondo stesse per finire con l'arrivo del *millennium bug*. Rispetto alla data del 12 marzo 1999, tutte le cose discusse in quest'articolo ci proiettano nel futuro. Allora la domanda è: perché il futuro? Da dove viene quest'idea del futuro? Se io avessi chiesto a quell'epoca di fare un po' di introspezione riguardo al futuro e mi si fosse chiesto di spiegare cortesemente la motivazione alla base della mia richiesta, la mia risposta sarebbe stata chiaramente che, be', era ovvia: stava per arrivare il "millennium bug" e, con esso, forse, la fine del mondo!

Ora, quando ci si chiede dove si trovi quest'idea del futuro, è in effetti una questione empirica e non soltanto filosofica. Se ce la chiediamo, è perché vogliamo proprio sapere da dove reperiamo quel significato. Prima di andare avanti a esaminare in dettaglio questo discorso, propongo un altro esempio. Anche un articolo, che ho trovato in un giornale studentesco in Brasile, ci dà un esempio della nostra "naturale" comprensione delle lingue. Si coglie subito l'idea principale, ovvero che adesso sono oggetto di discussione le varie forme che potrebbe prendere un'istruzione atta a preparare i giovani studenti per il futuro. Nel disegno riprodotto dal giornale si vede da una parte un giovane studente che sta per essere teletrasportato nel futuro, grazie a una macchina molto potente. Dall'altra parte si vedono i suoi genitori, che sembrano estasiati dal fatto che il giovanotto sarà catapultato nel lontano futuro. Chiediamocelo: perché stanno per usare quella specie di cannone per spedire il ragazzo proprio in *quella* direzione? Perché non lo sparano all'indietro, o giù per le scale? Perché stanno guardando tutti in avanti? Da dove arriva questa nostra idea che il futuro è *davanti* a noi? Perché il disegno sembra rappresentare il futuro? Da dove prendiamo quest'idea?

Tuttavia, esistono prove molto convincenti che, in modo molto generalizzato e in quasi tutto il mondo, quando nella nostra vita quotidiana parliamo del futuro, parliamo di una cosa che è davanti a noi. Al contrario, quando parliamo del o pensiamo al passato, queste cose sono dietro di noi. Questo è vero anche quando tentiamo di organizzare azioni che appartengono al passato o di trarre conclusioni riguardo a ciò che è successo in passato. Questo fatto vale per la totalità delle lingue indoeuropee, nonché per

lingue non-indoeuropee come l'ebraico, il coreano, il cinese, il giapponese e molte lingue dei popoli bantu in Africa. Si trova sempre la stessa situazione. A questo punto, c'è da chiedersi se questa nostra nozione del tempo è scritta nei nostri geni. Di fronte a prove di altro tipo, si potrebbe argomentare che non è determinato geneticamente, ma è un fenomeno che si trova osservando una miriade di lingue: non solo si tratta di un tipo di spazio lineare, ma il futuro è davanti a noi e il passato è alle nostre spalle. Nel nostro disegno, i genitori sarebbero nel presente.

Nel fare ricerche sulla cultura Aymara nelle Ande, abbiamo trovato prove concrete, basate sia su indizi linguistici che su un'analisi dei gesti spontanei, che questo particolare popolo ha, invece, una situazione al di fuori dell'ordinario. Per gli Aymara il *passato* sta davanti, non il futuro come nella nostra cultura. Da dove viene fuori questa idea? Sarà sufficiente esaminare il cervello per trovare delle risposte riguardo a perché il cervello di un singolo individuo organizza le informazioni in un determinato modo?

La nostra ipotesi è che, attraverso questi meccanismi molto semplici e inconsci, siamo in grado di intuire l'organizzazione dei sistemi concettuali e come si arrivi alla formulazione di idee astratte: questo è il punto che mi interessa. Quanto sia profonda la parte inconscia di questi processi, lo si può illustrare con il fumetto del gatto Garfield, che sta dicendo al suo fidato amico Odie: "Sai una cosa? Il Natale è ormai dietro l'angolo!". I due si guardano un attimo e poi, rendendosi conto delle implicazioni dell'affermazione di Garfield, si emozionano all'idea che forse il Natale potrebbe essere *veramente* lì, a pochi metri di distanza. L'amico di Garfield, poi, va a guardare dietro l'angolo per vedere se è vero, se il Natale è lì!

Perché ci sembra buffo questo fumetto? E perché il fumettista ha deciso di proporci quest'immagine? La risposta è che, quando operiamo nella sfera del linguaggio "naturale", quello che ha detto Garfield è del tutto normale e coerente. Non sembra contraddittorio e, anzi, il significato risulta ben chiaro a tutti: non è vago, piuttosto è molto preciso. Con questo gioco di parole, si illustra il fatto che con l'espressione "Natale è dietro l'angolo" si intendeva un'altra cosa, ed è possibile dimostrare questo fatto se siamo consapevoli delle forme che usiamo nel nostro linguaggio naturale. Senza entrare nei dettagli, si può dire che queste sono "applicazioni concettuali", per esempio metafore concettuali e fusioni di più significati. Le metafore non sono soltanto delle realtà molto fantasiose create da poeti o politici: piuttosto, sono una struttura che noi usiamo continuamente e hanno un significato ben preciso. Per esempio, le cose possono essere "applicate" mentalmente in spazi temporali come "il Natale", che diventa un'entità che potrebbe anche spostarsi, avvicinarsi a noi e addirittura trovarsi dietro l'angolo o essere

molto lontano. C'è un elemento di tempo cronologico, che produce l'ordine delle cose in un panorama orizzontale, mono-dimensionale. Dunque, per me nella nostra cultura il domani si trova all'incirca *qua*, ed è assolutamente chiaro che il dopodomani sarà più in là ancora e così via. Man mano che ci allontaniamo lungo questa linea orizzontale nello spazio, otterremo oggetti sempre più lontani nel futuro.

Abbiamo un'applicazione molto precisa e il nostro intuito ci dice che per lavorare con la matematica usiamo delle forme di cognizione che sono estremamente comuni e quotidiane, che hanno una struttura deduttiva molto precisa e che utilizziamo per creare e costruire concetti più astratti. Tale sarebbe la metodologia che ci auguriamo di trovare quando si lavora con queste applicazioni mentali. Facciamo continuamente queste sintesi concettuali; le facciamo centinaia di volte. Nel particolare esempio del tempo, un evento A può essere più lontano di una certa realtà, e un evento B può essere ancora più lontano, e così via. Nel linguaggio naturale, queste realtà ci permettono di capire senza alcuno sforzo espressioni come "Si avvicina la fine del mondo" oppure "Non vedo l'ora che inizino le vacanze invernali". Con espressioni come davanti o dietro a, indichiamo che certi eventi sono successi in un passato remoto o negli anni Sessanta, o che li prevediamo in un futuro, e così via. La nostra comprensione di queste espressioni non è affatto vaga. È interessante riflettere sul fatto che non si tratta soltanto di parole, ma anche di riferimenti all'intera struttura concettuale. In questo modo, per esempio, tenderemmo ad approcciare al lavoro di un matematico di Parigi, Giuseppe Longo, che è uno specialista nella teoria delle categorie. Potremmo studiare le applicazioni che svolge in modo approfondito e cercare di formalizzarle, grazie alle significative intuizioni che potremmo ottenere sugli isomorfismi dei domini usati per formulare queste intuizioni.

Bisogna sottolineare il fatto che noi esseri umani siamo espertissimi nella comprensione delle diverse realtà in virtù delle nostre conoscenze riguardanti altre realtà. Non è una cosa misteriosa, piuttosto è una capacità che abbiamo e che sfruttiamo per ottenere risultati sorprendenti. La nostra tesi, dunque, è che la matematica sia una di queste capacità.

Quali tipi di realtà troviamo nella matematica? Prima di tutto, troviamo realtà molto semplici, con espressioni del tipo: "Dimmi un numero 'oltre' (*beyond*) il numero 25". Il fatto di essere "oltre" significa "più grande di" oppure "maggiore di", e dunque il termine "oltre" indica più lontano in un qualche genere di spazio. Da dove deriva questo concetto? Potremmo chiederci anche perché diciamo che il numero 5 è più grande del numero 3. Sono soltanto due numeri, e uno non dovrebbe essere con-

siderato "più grande": 5 è un numero e 3 è semplicemente un altro numero. Perché descriviamo i numeri con termini come "grande", "piccolo" o "tra"? Perché diciamo che il numero 8 è tra il 7 e il 9? Che significato ha il fatto di essere "tra" altri numeri? Da dove deriva questa struttura concettuale? Quando si esaminano i dettagli nel loro insieme, si ottiene un'idea di cosa sono alcune di queste specificazioni concettuali. Per esempio, per quanto riguarda l'aritmetica semplice, sappiamo che esistono collezioni di oggetti. Quando mettiamo insieme 2 e 4, otteniamo 6, una raccolta o collezione di 6.

Molti termini matematici vanno in questa stessa direzione: prendiamo come esempio la costruzione degli oggetti. Se analizziamo l'intera letteratura sulla struttura dei numeri primi, essi possono essere composti, scomposti, messi insieme e poi separati ecc. È pur vero che i numeri non possono essere letteralmente rotti in più pezzi: sono soltanto numeri. Ma non appena pensiamo a essi in termini di una struttura nel suo insieme che viene in seguito scomposta, allora si ottiene un'intera struttura deduttiva che risponde alle domande su come la nostra mente riesca a fare queste operazioni.

Passiamo a un altro concetto che trovo molto interessante, quello che ha permesso l'apparizione del numero "zero". Il numero zero non è nel cervello umano. Non esiste alcuna prova che indichi che lo zero sia presente da qualche parte nel nostro cervello. Lo zero è apparso molto tardi nella nostra cultura: come si sa, gli antichi romani non usavano il numero zero, che è arrivato molto tardi anche presso le comunità di matematici indiani e arabi che lo hanno importato. Ma lo zero si usa nella matematica in modi affascinanti, specialmente se vediamo la matematica come rappresentazione del movimento lungo un sentiero, di spostamenti da un punto di partenza a un altro luogo. Se io mi sposto di due passi e in seguito faccio altri tre passi in avanti, mi ritrovo a cinque passi dal punto di partenza. Notate che adesso abbiamo un elemento nuovo: l'origine ha la stessa natura degli altri due punti nello spazio, che è una novità rispetto alle altre due specificazioni concettuali. Quando si ha una collezione di oggetti e tutti gli oggetti vengono tolti dalla collezione, si può affermare che essa cessa di esistere. Sarebbe più esatto comunque affermare che si ha un insieme con zero elementi, ma questa è un'astrazione. Quando mettiamo insieme un oggetto e poi togliamo tutte le sue parti, la cosa non c'è più, non si ha più nulla. Ma il concetto di zero è un'altra cosa, perché lo zero diventa anche un luogo nello spazio come un qualsiasi altro luogo. Si può trovare, a questo punto, un senso in quest'entità nuova e cercare di estendere le altre specificazioni concettuali per incorporare lo zero.

Fin qui, abbiamo proposto esempi di aritmetica molto semplice. Pas-

siamo ora a un tipo di matematica più sofisticata. Ci troviamo subito di fronte a una quantità pazzesca di mappe concettuali, metafore e sintesi concettuali, per esempio l'idea dei numeri come insiemi. I numeri non sono affatto insiemi ma, non appena riusciamo a vederli come raccolte di qualcosa, si ottiene tutta una struttura concettuale dei numeri come insiemi che può essere utilizzata per sviluppare tante altre idee. Secondo la definizione di von Neumann dei numeri naturali, il numero 1 costituisce l'insieme vuoto, il numero 2 rappresenta l'insieme che contiene l'insieme vuoto, il numero 3 rappresenta l'insieme che a sua volta contiene l'insieme che contiene l'insieme vuoto, e così via.

Allo stesso modo, le linee non sono insiemi di punti. Le linee non sono insiemi. Parlando in termini cognitivi, qualsiasi entità psicofisica direbbe che le linee sono realtà olistiche, e dunque non possono essere punti. I punti sono necessariamente discreti, e pertanto un insieme, che è una collezione di cose discrete, letteralmente non può tradursi in una realtà olistica. Lo stesso vale per insiemi e rappresentazioni grafiche: gli insiemi in senso classico non possono contenere se stessi, ma se per esigenze computazionali si ha bisogno di questa caratteristica, si ha bisogno anche di altre cose, come per esempio una teoria degli iper-insiemi, in cui gli insiemi diventano grafici, che non c'entrano minimamente con il fatto di essere all'interno di o fuori da qualcosa.

Lo stesso vale anche per il concetto della continuità, una nozione dinamica, quando si analizzano tutte le idee che si avevano della continuità prima del XIX secolo e il lavoro di Keplero, Eulero, Leibniz e Newton, che pensavano tutti in termini di continuità. Ancora oggi, molti matematici, quando parlano della continuità, parlano in termini di movimento dinamico. Direi che per motivi politici e tecnici, nel XIX secolo si è visto un programma mirato a screditare la matematica in cui la spiegazione del movimento presentava dei problemi. L'idea era di rimuovere il movimento, e i fautori di questa scuola di pensiero, con l'ausilio delle mappe concettuali, hanno fatto un lavoro magistrale. Si è arrivati all'idea che in generale le cose si svolgono secondo un *continuum*; come ha detto Eulero, "By freely leading the hand" (guidando liberamente la mano), in quanto ogni realtà diventa statica, senza interruzioni. Così, una cosa senza buchi o interruzioni, come una parete in cui non manca nemmeno un mattone, viene vista come un oggetto continuo.

Questa è un'altra specificazione del concetto che abbiamo della matematica, ma potrei proporre tonnellate di questi modelli. Per esempio, quando gli oggetti geometrici diventano equazioni, si vede che a un tratto una linea può essere rappresentata con l'espressione $y = xa + b$. Un altro esem-

pio potrebbe essere quando ci si avvicina a un limite o confine, che già di per sé è un'idea dinamica, in quanto come ci ricordiamo dai nostri studi del calcolo esso ha a che fare con diverse condizioni riguardanti i valori delta ed epsilon che sono utilizzati per definire limiti e continuità, le quali sono in realtà una preservazione della vicinanza e non indicano minimamente alcun tipo di movimento. I numeri irrazionali sono in realtà sezioni di Dedekind, e tutte queste sezioni derivano da nozioni basilari di come si sezionano le realtà, cosa succede quando si sezionano le realtà e si ottengono delle parti ecc.

Nel nostro libro *Where Mathematics Comes From* (Lakoff e Núñez, 2000) esaminiamo questo discorso in dettaglio. Per dare soltanto un'idea di ciò che viene presentato, guardiamo quelle che in matematica vengono chiamate "space-filling curves", ovvero curve che riempiono lo spazio. Giuseppe Peano e Hilbert hanno fatto molto lavoro in questo campo. Cerchiamo di capire come funziona. Prendiamo un quadrato e lo dividiamo in quattro piccoli quadrati. Prendiamo il punto centrale, qui, e lo spostiamo là, dopo di che tracciamo una linea tra questi punti centrali. Questa è la prima fase. Nella seconda fase, ripetiamo l'operazione utilizzando tutti i piccoli quadrati, che vengono divisi in quattro, quattro, quattro e quattro quadratini. Di nuovo, si traccia una linea che collega tutti i punti centrali di tutti questi quadratini. Nella terza fase si fa la stessa cosa, ottenendo di nuovo una linea dello stesso tipo. Tra la fine del XIX secolo e l'inizio del XX secolo, lo studio di questi oggetti andava di moda, perché entrano in gioco molti aspetti interessanti come la continuità, i limiti e la natura stessa dello spazio. Ebbene, questa operazione può essere ripetuta tante volte e, secondo la teoria, queste curve finiscono per riempire lo spazio all'interno dei quadri. Perché? Perché diventano di forma progressivamente più ondulata, fino al punto che la linea riempie l'intero quadrato. È grazie a questa proprietà che a questo concetto tecnico la matematica dà il nome di curve che riempiono lo spazio.

Esiste una miriade di teoremi per descrivere queste curve, che hanno tante proprietà interessanti, ma dal punto di vista della cognizione mi viene voglia di dire: aspettate un attimo!

Una linea è una realtà mono-dimensionale e, almeno secondo la geometria euclidea, non può avere proprietà quali larghezza o profondità. Dunque, come potrebbe mai una linea riempire un'intera superficie? Come può essere? In termini cognitivi, siamo di fronte a un mistero. Si potrebbero fare tante osservazioni dal punto di vista della matematica, ma a noi interessa la cognizione. Com'è possibile riempire una realtà bidimensionale con un'altra realtà che ha una sola dimensione?

C'è un altro problema da affrontare: se si segue questa procedura *ad infinitum*, non si arriva mai, si continua per sempre. Allora, come si arriva a completare il processo? In termini cognitivi, è impossibile finire un processo che prosegue all'infinito e non abbiamo mai incontrato niente di simile. La comprensione di idee di questo tipo è una sfida per noi e la nostra comprensione. Come è una sfida quando si arriva al risultato che la linea ha una certa lunghezza, che può essere misurata. La lunghezza della seconda linea sarebbe questa linea qui, mentre la lunghezza di quella successiva sarebbe maggiore, e così via. In realtà, per riempire il quadrato ci vorrebbe una linea con una lunghezza infinita, e allora sarebbe possibile tracciare una linea con una lunghezza infinita?

Queste sono realtà bizzarre. Come dare un senso a tutto ciò? Quando si analizzano i dettagli, si trova che in realtà, di fronte a concetti di questo tipo, l'unico modo per capire come i matematici hanno creato tali oggetti è di tirare in ballo i modelli concettuali che hanno reso possibile la loro ideazione. Grazie a questi modelli concettuali, ci si rende conto che, per esempio, bisogna prima creare un modello per l'idea e cioè che una linea è un insieme di punti. Non basta pensare alla linea nei termini soliti delle sue proprietà olistiche. La linea diventa un insieme di punti grazie proprio al modello concettuale di una funzione che applica i punti, l'uno sull'altro, in termini matematici.

A questo punto, bisogna operare cognitivamente in una cultura in cui si hanno varie specificazioni concettuali dell'idea dell'infinito. Come si passa da un processo potenziale senza fine a un processo reale che ha un risultato? E non soltanto un risultato vago: un risultato estremamente preciso, dove si sa che quella linea, all'infinità effettiva, sarebbe più grande di altre linee. Nel nostro libro, io e Lakoff abbiamo trattato in dettaglio modelli concettuali di questo tipo; ci sono 3 o 4 capitoli dedicati proprio al problema dell'infinità effettiva. Di nuovo, si ritorna all'idea di una continuità dinamica. Per capire ciò che dicono i matematici, bisogna operare in un dominio statico senza interruzioni. La stessa cosa vale quando ci si avvicina a dei limiti, in quanto tutte le proprietà di queste curve che riempiono gli spazi sono definite in termini di continuità, a loro volta definite come limiti di Finsler e pertanto in termini di preservazione della vicinanza. Si ha bisogno di tutta questa serie di specificazioni concettuali create inconsciamente e che permettono di dire, come ha fatto Cantor, che la quantità dei numeri pari è uguale alla quantità dei numeri naturali, che in termini cognitivi non è vero. Non appena si comincia a lavorare con questi modelli concettuali, esse diventano "verità", tra virgolette, allo stesso modo che è vera l'affermazione che il mio prossimo compleanno è "davanti a me", un'affermazione

che non è letteralmente vera ma che costituisce una struttura concettuale con un morfismo ben preciso.

Dunque, la scoperta a cui si arriva è che la linea non è affatto una linea, o almeno non è una linea nel senso che noi solitamente intendiamo o nel senso in cui i nostri avi l'intendevano. Questa linea che immaginiamo riempie lo spazio. Il piano complesso non è un piano, le curve non riempiono lo spazio e non è vero che esiste un numero di numeri naturali uguale a quello dei numeri pari. Queste cose sono vere soltanto all'interno dei modelli concettuali che utilizziamo in questo momento. Quando si continua con questo tipo di ragionamento, si ha la sensazione che non esista una sola teoria degli insiemi. Come si sa, se si sceglie un assioma si ottiene una teoria degli insiemi; si possono avere tante teorie quante ne vogliamo, a seconda del tipo di struttura deduttiva che permettiamo, che in termini tecnici è l'assioma che si sceglie.

Possiamo estendere queste osservazioni alla geometria. Non esiste una sola geometria: piuttosto, sono possibili infinite varietà di geometrie con proprietà diverse, dove a volte le linee parallele possono anche incontrarsi. Tutto dipende dalla struttura concettuale che adottiamo.

Tutte queste realtà non sono insite nel cervello. Voglio dire che non si possono localizzare. Questi concetti sono creati da noi esseri umani attraverso la comunicazione e sono basati su delle proprietà biologiche basilari che abbiamo ereditato dai nostri avi attraverso i millenni. Di nuovo, non si può affermare che esiste una sola teoria dei numeri, come ci rendiamo ben conto oggi di fronte a tutti gli sviluppi continui nel mondo dei computer. Si hanno anche vari tipi di aritmetica "in virgola mobile" e sistemi numerici con 2 o a volte 3 zeri. Queste realtà ci sembrano stranissime, ma esistono. Non c'è una struttura assiomatica semplice in grado di descrivere tutta la matematica. Si hanno invece forme che permettono di fare delle deduzioni, che possono essere stabili, coerenti e precise, ma non esiste una sola matematica universale.

Per concludere, vorrei dire che attraverso questi risultati siamo arrivati a una riformulazione di certe domande. Alcune di queste domande hanno a che fare con il reale bisogno di liberarci dell'idea che la matematica è "là fuori" nell'universo. Dobbiamo liberarci di quest'idea, se vogliamo capire i processi che ci permettono di usare la matematica. In secondo luogo, c'è spazio per la diversità culturale e storica. Con ciò non voglio affermare che potrebbe trattarsi di qualsiasi cosa, perché sappiamo di condividere tutti un apparato biologico ben definito con il quale, per esempio, ci muoviamo con più facilità verso il nostro campo visivo che arretrando o spostandoci lateralmente, grazie al quale, come tutti i prima-

ti, abbiamo la vista binoculare. Queste nostre caratteristiche fisiche influenzano molto sulla nostra percezione e la nostra elaborazione di ciò che avviene attorno a noi. L'idea, ed è la sfida che ci rimane, è di formulare una teoria in grado di spiegare tutte le nostre conoscenze astratte o obiettive in termini di meccanismi semplici e quotidiani.

Bibliografia

Lakoff G., Núñez R. E. (2000), *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, New York (trad. it. *Da dove viene la matematica. Come la mente situata porta in essere la matematica*, Bollati Boringhieri, Torino, 2005).

La mente-cervello del bambino, epigenesi e costruzione

di Nando Filograsso*

Nota epistemologica e quadro di riferimento

Una breve delucidazione preliminare sull'impiego dell'espressione *mente-cervello* dovrebbe essere funzionale a una considerazione introduttiva di ordine più generale. L'espressione diventata ormai moneta corrente nella letteratura multidisciplinare generatasi intorno al *Mind-Body Problem* sottolinea un nesso intuitivamente indissociabile tra abilità mentali, comunque vogliono intendersi ("verticali" o "orizzontali", secondo il plastico linguaggio di J. Fodor), e substrato organico, ed è in questa accezione che intendo impiegarla, anche se devo confessare di avere preso le mosse da N. Chomsky che, come è noto, cerca di esplicitarne la *ratio* con tutte le implicazioni possibili, a partire dalla conferma che egli ritiene di ricavarne dell'organizzazione modulare della mente.

Il "problema di Platone" è diventato il suo cavallo di battaglia, ma il punto focale delle sue ricerche resta il linguaggio, la sua radicale concezione innatistica del linguaggio. Ed è qui che si fermano le sollecitazioni che mi possono venire dal suo, peraltro più che stimolante lavoro, perché le mie preferenze vanno per il costruttivismo piagetiano, anche se credo occorra guardare con interesse al tentativo di mediazione operato da A. Karmiloff-Smith (1995).

Naturalmente, proporre un approccio in grado di evitare sbilanciamenti in favore di una delle due tesi estreme, *innatismo* o *costruttivismo*, sarebbe del tutto compatibile con una visione unitaria della persona umana (mi dichiaro subito d'accordo con quanti, da E. Schrödinger a Sergio Moravia, e perciò da due versanti ritenuti così diversi culturalmente, quali sono la

* Università degli Studi di Urbino "Carlo Bo".